
Économie publique et interdépendance des marchés

Séance 2 (L2) - Marchés liés & boîte d'Edgeworth

Chargé de cours : Romain KOIDJO

Responsable : Etienne Dagorn

Objectifs de la séance. À la fin, vous devez savoir : (i) résoudre un **système** de deux marchés liés, (ii) vérifier si une allocation est **faisable** dans la boîte d'Edgeworth, (iii) déterminer s'il existe des **gains à l'échange** (Pareto-amélioration), (iv) comprendre l'idée de **courbe des contrats** (allocations efficaces).

Plan de la séance (fil rouge).

1. Marchés liés : pourquoi raisonner en **système** plutôt qu'en équilibre partiel ?
2. Boîte d'Edgeworth : distinguer **faisable** et **désirable**.
3. Pareto : repérer une **Pareto-amélioration**.
4. Courbe des contrats : comprendre pourquoi les échanges **s'arrêtent** ($TMS^1 = TMS^2$).

Lexique des symboles.

- **Marchés** : p_A, p_B (prix), D_A, D_B (demandes), S_A, S_B (offres).
- **Dotations** : ω^i (dotation de i), $\bar{\omega}$ (total).
- **Allocations** : $x^i = (x_1^i, x_2^i)$, et toujours $x^2 = \bar{\omega} - x^1$.
- **Préférences** : $u_i(\cdot)$ (utilité), MU_1, MU_2 (marginales), $TMS^i = \frac{MU_1}{MU_2}$.

Comment lire une fonction de demande ? (en mots) Prenons par exemple :

$$D_A(p_A, p_B) = 100 - 2p_A + p_B.$$

- D_A = **quantité demandée du bien A**.
- 100 = demande maximale de A quand les prix sont très faibles.
- $-2p_A$: quand le **prix de A augmente**, la demande de A **baisse** (effet prix propre).
- $+p_B$: quand le **prix de B augmente**, la demande de A **augmente** \Rightarrow A et B sont des **substituts**.

Réflexe utile : toujours lire une fonction terme par terme, en se demandant “*si ce prix augmente, que se passe-t-il ?*”

Exercice 1 - Deux marchés interdépendants (Essentiel)

Deux biens A et B. Prix (p_A, p_B) . Offres fixes :

$$S_A = 40, \quad S_B = 30.$$

Demandes (biens substituts) :

$$D_A(p_A, p_B) = 100 - 2p_A + p_B, \quad D_B(p_A, p_B) = 80 - 2p_B + p_A.$$

a) **Lecture (sans calcul). (Essentiel)**

Quand p_A augmente de 1 (et p_B constant), D_A varie de combien ?

Quand p_B augmente de 1 (et p_A constant), D_A varie de combien ?

Même question pour D_B .

b) **Équilibre partiel sur A (prix de B fixé). (Essentiel)**

On suppose $p_B = 10$.

i) Écrire $D_A(p_A, 10)$.

ii) Écrire la condition d'équilibre sur le marché A : $D_A(p_A, 10) = S_A$.

iii) Résoudre pour obtenir p_A^{EP} .

c) **Intuition avant le système. (Essentiel)**

Si p_A augmente, que devient D_B ? Donc cela pousse plutôt p_B à la hausse ou à la baisse ?

Résolution simultanée : l'idée en mots Résoudre simultanément les deux marchés, c'est :

— chercher un **couple de prix** (p_A, p_B) ,

— tel que **chaque marché soit à l'équilibre**,

— *en tenant compte des réactions croisées entre les biens.*

Contrairement à l'équilibre partiel, **aucun prix n'est fixé à l'avance.**

d) **Résolution simultanée (les deux marchés). (Essentiel)**

i) Écrire les deux équations d'équilibre :

$$D_A(p_A, p_B) = S_A \quad \text{et} \quad D_B(p_A, p_B) = S_B.$$

ii) Mettre le système sous forme simple (deux équations, deux inconnues).

iii) Résoudre et obtenir (p_A^*, p_B^*) .

e) **Vérifications. (Essentiel)**

i) Les prix trouvés sont-ils positifs ?

ii) En remplaçant dans D_A et D_B , obtient-on bien 40 et 30 ?

iii) Ordre de grandeur : les prix vous semblent-ils cohérents avec des demandes de type $100 - 2p$ et $80 - 2p$?

f) **Comparaison et interprétation. (Essentiel)**

Comparer p_A^{EP} et p_A^* . Expliquer en une phrase pourquoi fixer p_B peut être trompeur.

g) **Variation. (Bonus)**

Refaire l'équilibre partiel sur A avec $p_B = 20$. Le nouveau p_A^{EP} est-il plus grand ou plus petit ? Justifier en une phrase (sans refaire toute l'histoire).

Lire une allocation (exemple). $x^1(F) = (5, 4)$ signifie : l'agent 1 consomme 5 du bien 1 et 4 du bien 2.

Donc l'agent 2 consomme automatiquement $x^2(F) = \bar{\omega} - x^1(F)$.

Exercice 2 - Faisabilité et lecture dans Edgeworth (Essentiel)

On considère une économie d'échange avec deux biens (1, 2) et deux agents (1, 2). Les dotations initiales sont :

$$\omega^1 = (6, 2), \quad \omega^2 = (2, 6),$$

ce qui implique un total disponible :

$$\bar{\omega} = (8, 8).$$

On étudie l'allocation F définie par :

$$x^1(F) = (5, 4).$$

a) **Ressources totales. (Essentiel)**

Retrouver le vecteur de ressources totales $\bar{\omega}$ à partir des dotations initiales.

b) **Faisabilité de l'allocation F . (Essentiel)**

- i) Calculer la consommation de l'agent 2 à l'allocation F , en utilisant la relation $x^2 = \bar{\omega} - x^1$.
- ii) Vérifier que l'allocation F respecte la contrainte de ressources :

$$x^1(F) + x^2(F) = \bar{\omega}.$$

c) **Lecture économique de l'échange. (Essentiel)**

- i) Calculer la variation de consommation de chaque agent par rapport à sa dotation :
 $\Delta x^1 = x^1(F) - \omega^1$, $\Delta x^2 = x^2(F) - \omega^2$.
- ii) Interpréter ces variations : pour chaque bien, quel agent *donne* et quel agent *reçoit* ?

d) **Limites de la faisabilité. (Essentiel)**

Une allocation peut-elle être faisable si un agent consomme plus que $\bar{\omega}_1$ unités du bien 1 ? Expliquer brièvement.

e) **Faisable mais discutable. (Essentiel)**

On considère l'allocation H telle que $x^1(H) = (8, 0)$.

- i) Cette allocation est-elle faisable ?
- ii) Peut-on dire qu'elle est satisfaisante pour les deux agents ?

f) **Lecture spatiale (sans dessin). (Bonus)**

Sans tracer la boîte d'Edgeworth, indiquer si l'allocation F est plutôt située :

- près du centre de la boîte,
- ou près d'un coin.

Justifier brièvement.

g) **Préparation à Pareto. (Essentiel)**

À partir de l'allocation F , pensez-vous qu'il soit possible d'améliorer la situation des deux agents simultanément ? Justifier sans calcul.

Transition. Une allocation faisable respecte les ressources, mais elle n'est pas nécessairement préférable pour les agents. On introduit maintenant un critère permettant de comparer les allocations : le critère de Pareto.

Rappel 3 - Gains à l'échange et Pareto.

- Point de départ : la **dotation** $E = (\omega^1, \omega^2)$.
- Une allocation X est un **gain mutuel** si *personne ne perd et au moins une personne gagne*.
- Traduction : $u_1(X) \geq u_1(E)$ et $u_2(X) \geq u_2(E)$, avec au moins une inégalité stricte.

Attention à la définition de Pareto.

- "Tout le monde gagne" = **faux**.
- "Personne ne perd et au moins quelqu'un gagne" = **vrai**.

Une amélioration de Pareto peut bénéficier à une seule personne, tant que l'autre n'est pas moins bien qu'avant.

Exercice 3 - Gains à l'échange (Pareto) (Essentiel)

On garde les dotations de l'exercice 2. Les préférences sont très simples :

$$u_1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 + x_2^1, \quad u_2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Interprétation. Pour chaque agent, seule la **quantité totale consommée** compte. Ce cas simple permet de se concentrer sur le **raisonnement de Pareto**, sans difficulté technique.

a) **Point de départ : la dotation E . (Essentiel)**

Calculer l'utilité de chaque agent à la dotation initiale E .

b) **Allocation F : prise de position. (Essentiel)**

Sans calculer l'utilité, répondre :

- l'agent 1 consomme-t-il au total plus, moins ou autant qu'à la dotation ?
- l'agent 2 consomme-t-il au total plus, moins ou autant qu'à la dotation ?

Décision : avant tout calcul, indiquez si F est ou non une Pareto-amélioration par rapport à E .

c) **Vérification. (Essentiel)**

Calculer $u_1(F)$ et $u_2(F)$ et vérifier votre réponse.

d) **Comparer deux allocations. (Essentiel)**

On considère une autre allocation G telle que $x^1(G) = (7, 1)$.

- i) Calculer $x^2(G)$.
- ii) Avant calcul, dire si vous pensez que G est une Pareto-amélioration.
- iii) Vérifier par le calcul.

e) **Recul conceptuel. (Essentiel)**

Dans ce cas précis, y a-t-il beaucoup ou peu d'allocations qui constituent des Pareto-améliorations ? Expliquer en une phrase.

f) **Message clé. (Essentiel)**

En une phrase, expliquer ce que le critère de Pareto **ne permet pas** de dire sur la justice ou l'équité.

Rappel de vocabulaire - TMS. Le **TMS** (taux marginal de substitution) mesure combien d'unités du bien 2 un agent est prêt à abandonner pour obtenir 1 unité de bien 1, *tout en gardant la même utilité*.

Le TMS répond à la question : *Combien du bien 2 suis-je prêt à abandonner pour 1 unité de bien 1, sans changer mon niveau de satisfaction ?*

Exercice 4 - Courbe des contrats (Essentiel)

On suppose des utilités identiques de type Cobb-Douglas :

$$u_1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 x_2^1, \quad u_2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 x_2^2,$$

avec $\bar{\omega} = (8, 8)$.

Idée générale. Une allocation est Pareto-efficace lorsque les deux agents font face au **même arbitrage** entre les deux biens.

a) **Anticipation : forme de la courbe des contrats. (Essentiel)**

Les deux agents ont les **mêmes préférences**. Avant tout calcul, à votre avis, la courbe des contrats est :

- la diagonale de la boîte d'Edgeworth ;
- une droite verticale ou horizontale ;
- un ensemble de points dispersés.

Justifier en une phrase.

b) **Comprendre le TMS (sans calcul). (Essentiel)**

Pour un agent donné :

- s'il consomme beaucoup de bien 1 et peu de bien 2, est-il prêt à céder beaucoup ou peu de bien 2 pour obtenir une unité supplémentaire de bien 1 ?

Que dit cela sur la valeur du TMS ?

c) **Calcul du TMS. (Essentiel)**

- i) Pour $u = x_1 x_2$, calculer $MU_1 = \partial u / \partial x_1$ et $MU_2 = \partial u / \partial x_2$.
- ii) En déduire l'expression du $TMS = \frac{MU_1}{MU_2}$.

d) **Pourquoi l'égalité des TMS caractérise un optimum de Pareto. (Essentiel)**

i) **Comparer deux agents.**

Supposons que, pour une allocation donnée,

$$TMS^1 > TMS^2.$$

- Quel agent valorise le plus le bien 1 relativement au bien 2 ?
- Quel agent est prêt à céder davantage de bien 2 pour obtenir du bien 1 ?

ii) **Existence d'un gain mutuel.**

Expliquer (sans calcul) pourquoi, lorsque $TMS^1 \neq TMS^2$, il existe un *petit échange* de biens qui améliore la situation des deux agents.

iii) **Blocage des échanges.**

Expliquer pourquoi, lorsque

$$TMS^1 = TMS^2,$$

aucun échange marginal ne peut améliorer simultanément les deux agents.

e) **Condition d'efficacité de Pareto. (Essentiel)**

Écrire la condition d'efficacité $TMS^1 = TMS^2$ et l'interpréter en mots.

f) **Utiliser la faisabilité. (Essentiel)**

Rappeler que $x^2 = (8 - x_1^1, 8 - x_2^1)$ et remplacer dans l'expression du TMS^2 .

g) **Courbe des contrats. (Essentiel)**

Simplifier l'égalité $TMS^1 = TMS^2$ et montrer que les allocations efficaces vérifient une relation simple entre x_1^1 et x_2^1 . Interpréter cette relation géométriquement dans la boîte d'Edgeworth.

h) **Exemples concrets. (Bonus)**

Donner deux allocations efficaces différentes et expliquer pourquoi elles appartiennent à la courbe des contrats.

Mini-quiz - Ce qu'il faut retenir (Essentiel)

Vrai/Faux (une phrase) :

- a) " Si un marché est à l'équilibre, alors tous les autres le sont aussi. "
- b) " Faisable veut dire : possible compte tenu des ressources. "
- c) " Pareto-efficace veut dire : juste. "

Erreurs fréquentes.

- Confondre **faisable** (ressources) et **efficace** (plus de gains mutuels).
- Croire que l'équilibre général est “la somme” des équilibres partiels.
- Confondre **efficacité** (Pareto) et **équité** (justice).